

MATEMATIKA

vyšší úroveň obtížnosti

MAIVD11C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

ILUSTRAČNÍ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

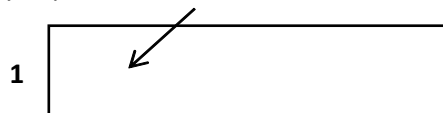
- Didaktický test obsahuje 21 úloh.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je 120 minut.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se body **neodečítají**.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- První část didaktického testu (úlohy 1–10) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části (úlohy 11–21) jsou uzavřené úlohy, které obsahují i nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modrou nebo černou** propisovací tužkou, která píše dostatečně silně a nepřerušovaně.
- U úloh, kde budete rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

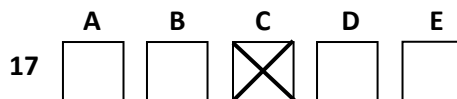
- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadováno řešení, uveďte kromě výsledku celý postup řešení.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvete pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačíte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

Testový sešit neotvírejte, počkejte na pokyn!

© Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, 2011

Test i příslušný klíč správných řešení jsou do okamžiku uvolnění testu k volnému užití, tj. do 21. března 2011, určeny výhradně středním školám, a to pro účely zkušebního testování jejich žáků ve škole. Jakékoli zveřejnění či užití obsahu tohoto testu či příslušného klíče správných řešení, jakož i kterékoli jejich části v rozporu s tímto určením, bude považováno za porušení zákona č. 121/2000 Sb. v platném znění (autorský zákon).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Marek se snažil zapamatovat čtyřmístný kód. Shledal, že jde o největší číslo, v jehož zápise jsou vedle sebe dvě různá dvomístná prvočísla, kde ciferný součet každého z nich je 8.

(CERMAT)

max. 2 body

1 Zapište Markův kód.

POKYN K ÚLOHÁM 2 A 3

Číselné výrazy vyjádřete jediným členem s mocninou o stejném základu jako v zadání.

2 $5 \cdot 4^{18} - 4^{19} =$

1 bod

3 $10^{n+1} - 3 \cdot 10^n =$

1 bod

max. 3 body

4 V oboru \mathbf{R} je dán výraz $\frac{\left(x - \frac{1}{2x+1}\right)}{x+1}$.

4.1 Určete, pro které hodnoty x má výraz smysl.

4.2 Výraz zjednodušte.

max. 2 body

5 Pro veličiny p, r a s platí $p - r + 2s = 0$ a současně $2p + 2r - s = 0$.

Pro $s \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ určete hodnotu výrazu $\frac{p}{s}$.

max. 2 body

6 Pravidelný n -úhelník má pětkrát větší počet úhlopříček než počet stran.

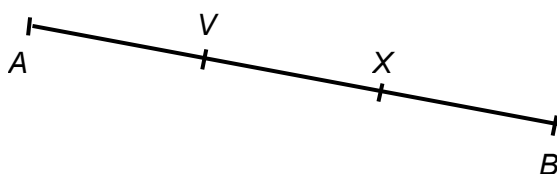
Určete počet jeho vrcholů (n).

max. 3 body

- 7 V $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ je dána funkce $f: y = 5 - 8x - 4x^2$.
- 7.1 V intervalu $\langle -2; 1 \rangle$ určete minimum funkce f .
- 7.2 Určete maximum funkce f v jejím definičním oboru.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Krajním bodem úsečky AB je $B[8; -3]$. Body V, X rozdělují úsečku AB na třetiny.



(CERMAT)

max. 2 body

- 8 Doplňte chybějící souřadnice bodů $A[a; 9]$ a $V[2; v]$.

max. 5 bodů

9 Zápisy dvou přímek p a q obsahují neznámé reálné číslo k .

$$p: (k - 2)x - 3y = 0$$

$$q: kx + 5y - 3 = 0$$

9.1 Pro které hodnoty k jsou přímky p a q na sebe kolmé?

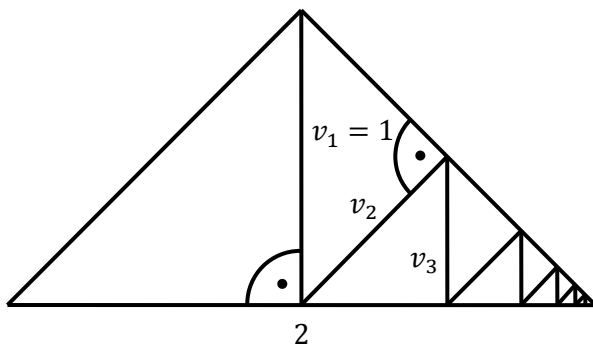
9.2 Pro každou dvojici kolmých přímek p a q určete jejich průsečík.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení úlohy 9.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Lomená čára je složena z výšek nekonečně mnoha podobných pravoúhlých rovnoramenných trojúhelníků.

Největší trojúhelník má velikost výšky $v_1 = 1$ a přeponu délky 2.



(CERMAT)

max. 4 body

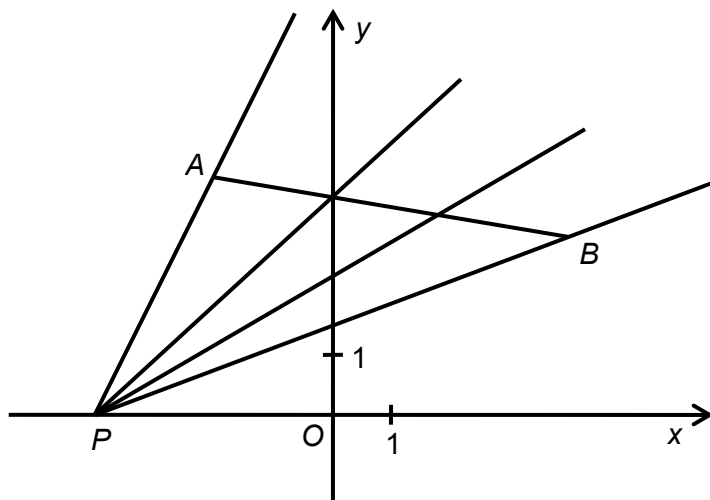
- 10.1 Určete druhý úsek v_2 lomené čáry.
- 10.2 Určete délku d celé lomené čáry, výraz usměrněte.
- 10.3 O kolik větší je součet délek všech lichých úseků než součet délek všech sudých úseků? Výsledek nezaokrouhlujte.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení úlohy 10.

Každou z následujících úloh **vyřešte**, vyhledejte **správné řešení** z nabídky a vyznačte je **křížkem** v příslušném poli tabulky záznamového archu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Uvažujme všechny polopřímky s počátečním bodem $P[-4; 0]$, které mají společný bod s úsečkou AB ; $A[-2; 4]$ a $B[4; 3]$.



(CERMAT)

max. 3 body

11 Přiřadte na vynechaná místa (*) v zápisech (11.1–11.3) takové hodnoty (A–E), aby bylo pravdivé tvrzení:

Libovolná množina bodů $X[x; y]$ roviny vyhovující rovnici $y = ax + b$ představuje některou z uvažovaných polopřímek, právě když jsou splněny podmínky (11.1–11.3):

- 11.1 Pro všechny hodnoty proměnné x platí $x \in (*; +\infty)$. _____
- 11.2 Směrnice a je z intervalu $\langle 0,375; * \rangle$. _____
- 11.3 Pro veličiny a, b platí $b = * a$. _____

- A) -4
 B) 0
 C) $\frac{3}{2}$
 D) 2
 E) 4

max. 3 body

12 Přiřaďte ke každé z kuželoseček (12.1–12.3) souřadnice (A–E) jejího středu, u paraboly souřadnice vrcholu:

12.1 $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 0$ _____

12.2 $2x^2 - y^2 - 4y = 0$ _____

12.3 $2x^2 - 4x + y = 0$ _____

A) $[-2; 2]$

B) $[0; -2]$

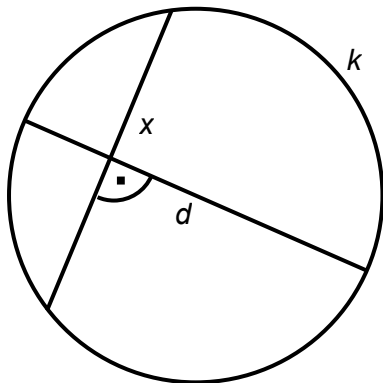
C) $[1; -2]$

D) $[1; 2]$

E) jiné řešení

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Tětiva délky x je kolmá k průměru d kružnice k a rozděluje jej na dva úseky. Poměr délek obou úseků je 1 : 4.



(CERMAT)

2 body

13 Vyjádřete délku tětivy x v závislosti na průměru d .

A) $x = \frac{5}{6} d$

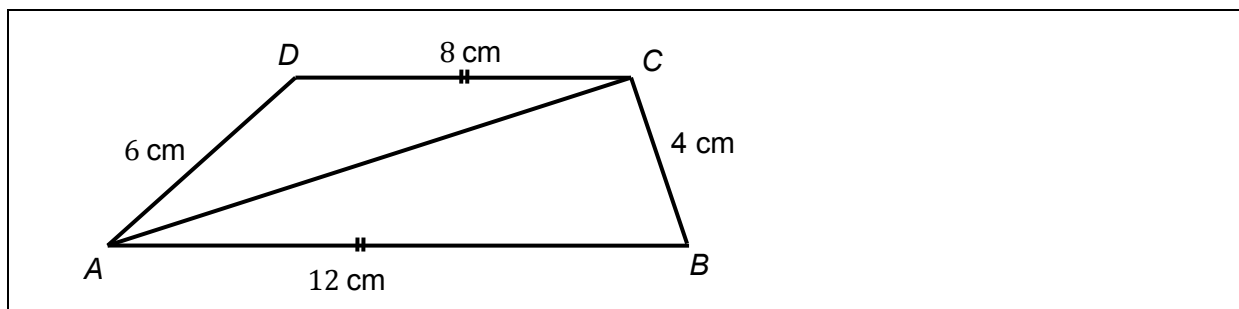
B) $x = \frac{2}{3} d$

C) $x = \frac{4}{5} d$

D) $x = \frac{3}{5} d$

E) $x = \frac{3}{4} d$

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 14



(CERMAT)

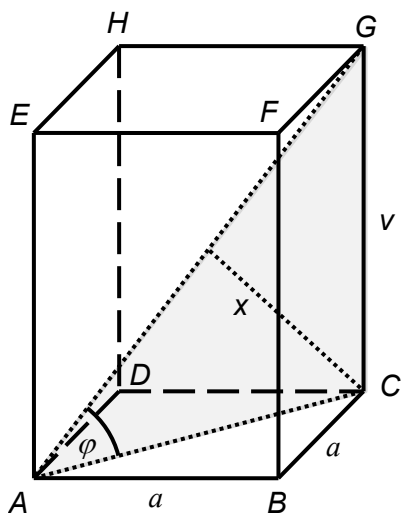
2 body

14 Kolik procent obsahu lichoběžníku $ABCD$ tvoří obsah trojúhelníku ACD ?

- A) 40 %
- B) 42 %
- C) 45 %
- D) 50 %
- E) jiné řešení

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Kvádr $ABCDEFGH$ se čtvercovou podstavou má podstavné hrany délky a , tělesová úhlopříčka AG svírá s podstavou úhel φ .



(CERMAT)

2 body

15 Ve kterém zápisu jsou uvedeny oba správné vztahy pro výpočet výšky v kvádrů a výpočet vzdálenosti x vrcholu C od tělesové úhlopříčky AG ?

- A) $v = a\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi$, $x = a\sqrt{2} \cdot \cos \varphi$
- B) $v = a\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi$, $x = a\sqrt{2} \cdot \sin \varphi$
- C) $v = a\sqrt{2} \cdot \cos \varphi$, $x = a\sqrt{2} \cdot \cos \varphi$
- D) $v = a\sqrt{2} \cdot \cos \varphi$, $x = a\sqrt{2} \cdot \sin \varphi$
- E) v žádném z uvedených

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Vodní hladina nádrže by měla mít rozlohu 4000 m^2 . Zatím je vytvořen pouze přesný model nádrže. Vejde se do něj 375 litrů vody a vodní hladina má rozlohu $2,5 \text{ m}^2$.

(CERMAT)

2 body

16 Jaký objem má mít skutečná nádrž?

- A) $24\,000 \text{ m}^3$
- B) $6\,000 \text{ m}^3$
- C) $2\,400 \text{ m}^3$
- D) 600 m^3
- E) jiný objem

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Melodie bude mít 7 tónů, má začínat tónem C a končit tónem G. Třikrát se má použít tón A a dvakrát tón E.

(CERMAT)

2 body

17 Kolik různých melodií je možné vytvořit?

- A) 5
- B) 7
- C) 9
- D) 11
- E) jiný počet

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 18

Zkouška se skládá ze tří částí (X , Y , Z), v každé části je možné získat nejvýše 8 bodů. V tabulce jsou uvedeny výsledky pěti žáků. Jejich průměrný výsledek byl v každé ze tří částí zkoušky stejný.

Žák	X	Y	Z	Výsledek
	Bodové hodnocení části zkoušky			
1.	2	2	2	6
2.	2	5	2	9
3.	4	2	3	9
4.	6	5	6	17
5.	6	6	7	19

(CERMAT)

2 body

18 Porovnejte směrodatné odchylky výsledků v jednotlivých částech zkoušky (s_X , s_Y , s_Z).

- A) $s_X < s_Y < s_Z$
- B) $s_Y < s_X < s_Z$
- C) $s_X < s_Z < s_Y$
- D) Směrodatné odchylky se alespoň u dvou částí shodují.
- E) Žádné z uvedených tvrzení (A–D) není pravdivé.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

Pořizovací cena přístroje je 200 000 Kč. Po uplynutí každého roku se hodnota přístroje snižuje o čtvrtinu hodnoty z předcházejícího roku. Klesne-li hodnota pod 30 % pořizovací ceny, je možné vyměnit přístroj na konci roku za nový.

(CERMAT)

2 body

19 Po kolika letech je možné přístroj vyměnit za nový?

- A) po 3 letech
- B) po 4 letech
- C) po 5 letech
- D) po 6 letech
- E) po 7 letech nebo později

2 body

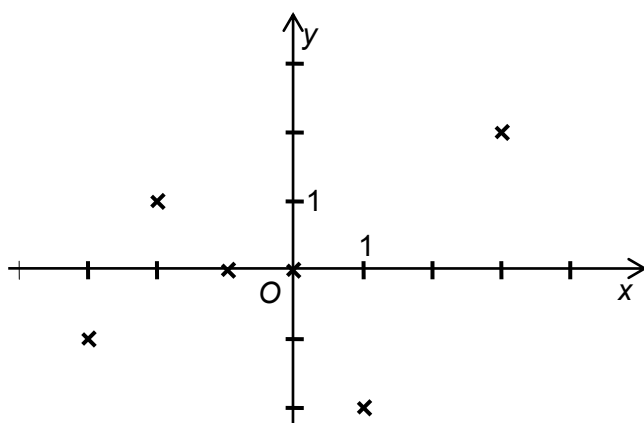
20 Ze dvou shodných kruhů neznámé velikosti byl vystřižen největší možný čtverec a největší možný rovnostranný trojúhelník.

U kterého tvrzení **nelze** určit pravdivostní hodnotu bez předchozího měření?

- A) Trojúhelník má menší obsah než čtverec.
- B) Trojúhelník má 20krát větší obsah než čtverec.
- C) Trojúhelník má o 20 % menší obvod než čtverec.
- D) Trojúhelník má o 20 cm² menší obsah než čtverec.
- E) U každého z uvedených tvrzení A–D je možné určit pravdivostní hodnotu i bez předchozího měření.

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 21

V souřadném systému Oxy je vyznačeno všech šest bodů grafu funkce f dané výčtem prvků: $f = \{[-3, -1], [-2, 1], [-1, 0], [0, 0], [1, -2], [3, 2]\}$.



(CERMAT)

max. 3 body

21 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE):

- | | A | N |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 21.1 Hodnota 2 patří do definičního oboru D_f funkce f . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21.2 Hodnota 2 patří do oboru hodnot H_f funkce f . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21.3 Pokud by se pouze u prvku $[-3, -1]$, změnilo znaménko první souřadnice, množina by byla stále funkcí. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.

© Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, 2011