

# MATEMATIKA

vyšší úroveň obtížnosti

MAMVD12C0T04

## DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů  
Hranice úspěšnosti: 33 %

### 1 Základní informace k zadání zkoušky

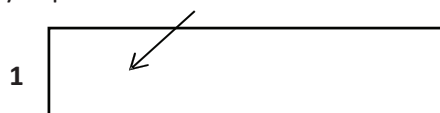
- Didaktický test obsahuje 23 úloh.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se body **neodečítají**.
- Odpovědi píše do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují i nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.

### 2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modrou nebo černou** propisovací tužkou, která píše dostatečně silně a nepřerušovaně.
- U úloh, kde budete rýsovat obyčejnou tužkou, obtáhněte čáry a křivky následně propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

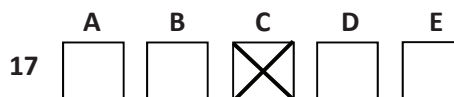
- Výsledky **pište čitelně** do vyznačených bílých polí.



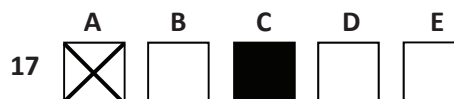
- Je-li požadováno řešení, uveďte kromě výsledku celý postup řešení.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvíte pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačíte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

**Testový sešit neotvírejte, počkejte na pokyn!**

1 bod

1 Vypište všechny hodnoty  $k \in \mathbb{N}$ , které splňují nerovnosti:

$$100 < 2^k < 1000$$

---

1 bod

2 Vypište všechny hodnoty  $n \in \mathbb{N}$ , které splňují nerovnosti:

$$100 < 2^{2n-1} < 1000$$

max. 2 body

- 3 V kvadratické rovnici  $x^2 - kx - 9 = 0$  s reálným koeficientem  $k$  je jedním z kořenů  $x = -3$ .

**Vypočtěte druhý kořen.**

---

max. 2 body

- 4 Z uvedeného vztahu vyjádřete veličinu  $y$ , je-li  $x > 0$ . (Výsledný zápis nesmí obsahovat funkci logaritmus.)

$$\log \frac{y}{5} = 1 - \log \frac{x}{2}$$

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 5–6

Rodina platí každý měsíc za topení a vodu.  
Babička přispívá jednou šestinou na vodu a jednou třetinou na topení. Výdaje za topení jsou pro babičku pětkrát vyšší než výdaje za vodu.

(CERMAT)

**5** V jakém poměru jsou výdaje rodiny za vodu a výdaje za topení?

**1 bod**

**6** Vyjádřete zlomkem, jakou část celkových výdajů rodiny za vodu a topení hradí babička.

**max. 2 body**

max. 2 body

7 Jsou dány body  $A[0; 12]$  a  $B[36; 0]$ .

Dopočítejte souřadnice bodů  $X[x; 0]$  a  $Y[0; y]$  ležících na ose  $o$  úsečky  $AB$ .

---

**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 8–9**

Nádoba tvaru válce má poloměr podstavy  $r = 4$  cm. Nádoba je nakloněna tak, že hladina tvoří elipsu. Poměr délek hlavní a vedlejší poloosy elipsy je 2 : 1.

(CERMAT)

1 bod

8 Určete v cm délku vedlejší poloosy.

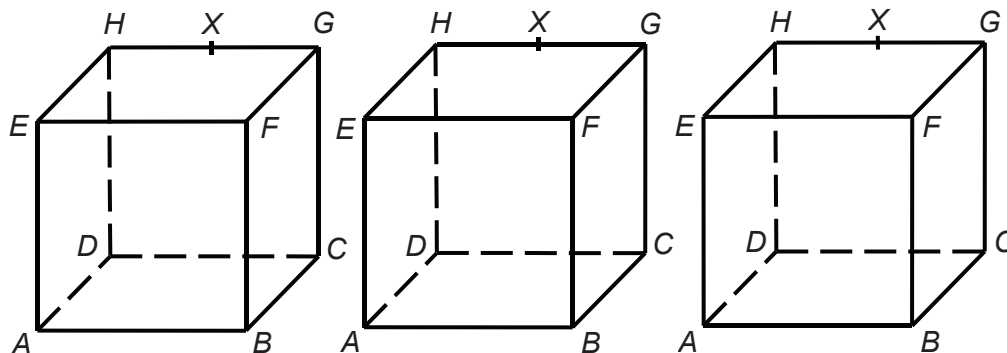
max. 2 body

9 Vypočítejte, o kolik stupňů je nádoba nakloněna.

max. 2 body

10 V jednotlivých krychlích v obrázku sestrojte:

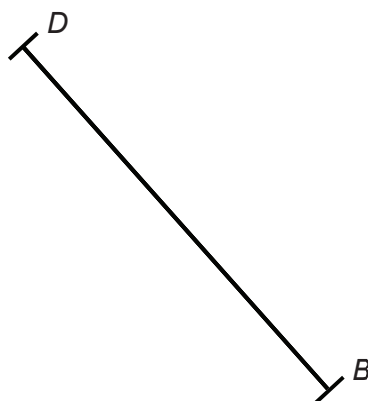
řez krychle rovinou  $ABG$ , řez krychle rovinou  $CXE$  a průsečnici těchto rovin.



V záznamovém archu používejte při konstrukci rýsovací potřeby a vše **obtáhněte** propisovací tužkou. Řezy krychlí vyšrafujte.

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V rovině je umístěna úsečka  $BD$ .



(CERMAT)

max. 4 body

### 11

- 11.1 V obrázku sestrojte množinu všech bodů v rovině, z nichž je úsečka  $BD$  vidět pod úhlem  $45^\circ$ .
- 11.2 V obrázku sestrojte zbývající dva vrcholy  $A, C$  kosočtverce  $ABCD$ , jehož vnitřní úhel při vrcholu  $A$  má velikost  $\alpha = 45^\circ$ , a doplňte kosočtverec.

**V záznamovém archu** obtáhněte **propisovací tužkou** výsledné řešení, rovněž i množiny bodů potřebné ke konstrukci.

12

- 12.1 Vyjádřete **kubický člen** (tj. člen obsahující  $x^3$ ) binomického rozvoje výrazu  $(x + 0,5)^6$  s reálnou proměnnou  $x$ .
- 12.2 Vypočtěte **absolutní člen** (tj. člen neobsahující  $x$ ) binomického rozvoje výrazu  $\left(x + \frac{2}{x}\right)^6$  pro  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ .
- 12.3 Určete všechna  $n \in \mathbf{N}$  taková, aby v binomickém rozvoji výrazu  $\left(x + \frac{2}{x}\right)^n$ , kde  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ , **existoval kvadratický člen** (tj. aby byl u  $x^2$  nenulový koeficient).

**Do záznamového archu uveďte celý postup řešení.**



max. 3 body

**13** Přiřaďte ke každé parametrické rovnici (13.1–13.3) s neznámou  $x \in \mathbb{R}$  a libovolnou hodnotou parametru  $p$  z intervalu  $(4; +\infty)$  odpovídající řešení (A–E).

13.1  $4 - x^2 = p$  \_\_\_\_\_

13.2  $\frac{p-4}{x} = 8 - 2p$  \_\_\_\_\_

13.3  $|x| = p - 4$  \_\_\_\_\_

- A) Rovnice má právě jedno řešení.
- B) Rovnice má právě dva různé reálné kořeny.
- C) Řešením rovnice jsou všechna reálná čísla kromě nuly.
- D) Řešením rovnice jsou všechna reálná čísla.
- E) Rovnice nemá řešení.

max. 3 body

14 Předpis lineární lomené funkce je možné vyjádřit ve tvaru:

$$f: y = \frac{k}{x - m} + n,$$

kde  $k, m, n$  jsou reálná čísla a  $k \neq 0$ .

**Přiřadte ke každé funkci (14.1–14.3) odpovídající konstantu  $k$  (A–E).**

14.1  $f_1: y = 1 - \frac{3}{x}$  \_\_\_\_\_

14.2  $f_2: y = \frac{x-1}{x}$  \_\_\_\_\_

14.3  $f_3: y = \frac{x-3}{x-1}$  \_\_\_\_\_

A)  $k = 3$

B)  $k = 1$

C)  $k = -1$

D)  $k = -2$

E)  $k = -3$

2 body

15 Pro komplexní číslo  $z$  platí:

$$z = \frac{i^{15} + i^{12} + i^9 - i^6}{i^5 + i^4}$$

Číslo  $z$  je rovno:

- A)  $1 - i$
- B)  $1 + i$
- C)  $0,5 - i$
- D)  $-i$
- E)  $1$

---

2 body

16 V oboru  $\mathbf{R}$  je dána nerovnice  $|4 - x| \geq |x| - 2$ .

Jaká je množina všech řešení nerovnice?

- A)  $\{-1; 3\}$
- B)  $\langle -1; 3 \rangle$
- C)  $\langle -1; +\infty \rangle$
- D)  $(-\infty; -1 \rangle$
- E)  $(-\infty; 3 \rangle$

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Jarda má v prasátku pouze pětikorunové a dvoukorunové mince, jejichž celková hodnota je 4 200 Kč. Kdyby z prasátka odebral polovinu pětikorunových mincí, zůstalo by v něm ještě 900 mincí.

(CERMAT)

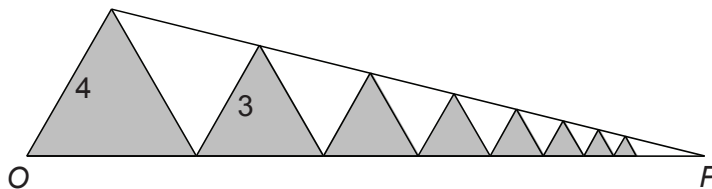
**2 body**

**17 Kolik mincí je v prasátku?**

- A) méně než 1 300 mincí
- B) alespoň 1 300 mincí, avšak méně než 1 400 mincí
- C) alespoň 1 400 mincí, avšak méně než 1 500 mincí
- D) alespoň 1 500 mincí
- E) Úloha nemá řešení.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Mezi dvěma úsečkami je umístěno nekonečně mnoho rovnostranných trojúhelníků. Strana největšího trojúhelníku má délku 4 cm, strana druhého trojúhelníku 3 cm atd.



(CERMAT)

2 body

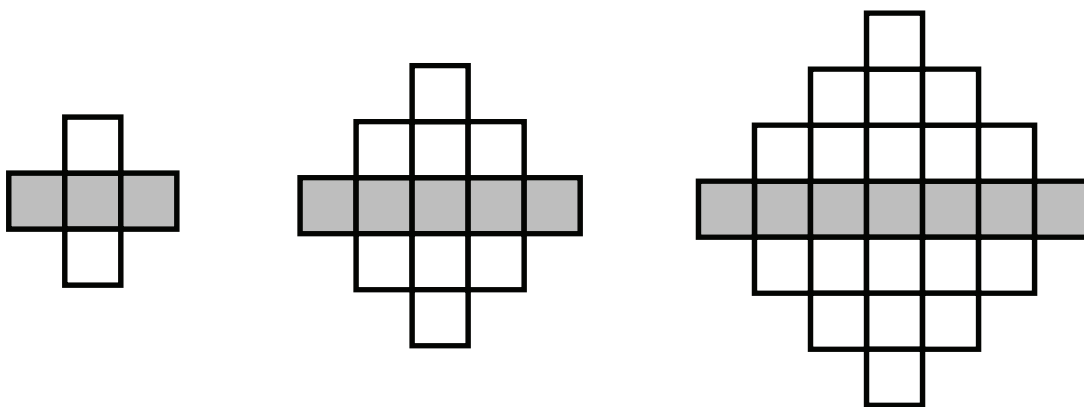
18 Jaká je délka úsečky  $OP$  s přesností na mm?

- A) 16,4 cm
- B) 16,3 cm
- C) 16,2 cm
- D) 16,0 cm
- E) méně než 16,0 cm

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Ornament se skládá ze shodných čtverců. Tmavé čtverce jsou umístěny v nejdelší vodorovné řadě.

První ornament je sestaven z 5 čtverců, druhý obdobně sestavený ornament je ze 13 čtverců a třetí z 25 čtverců.



(CERMAT)

2 body

**19** Z kolika čtverců se skládá obdobně sestavený ornament, který má v nejdelší řadě 39 tmavých čtverců?

- A) 65
- B) 420
- C) 761
- D) 800
- E) 801

**2 body**

**20** Kružnice  $k: x^2 - 10x + y^2 = 0$  je opsaná čtverci  $ABCD$  s vrcholem  $A[0; 0]$ .

**Jaké jsou souřadnice vrcholu  $C$ ?**

- A)  $[9; -3]$
- B)  $[10; 0]$
- C)  $[2; 3]$
- D)  $[8; 4]$
- E) jiné souřadnice

---

**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 21**

Pozemek mezi mimoúrovňovými křižovatkami má tvar trojúhelníku. Jedna jeho strana měří 100 m a přilehlé vnitřní úhly jsou  $30^\circ$  a  $45^\circ$ .

(CERMAT)

**2 body**

**21** **Jaký je obsah pozemku?**

- A) přibližně  $1\,732\text{ m}^2$
- B) přibližně  $1\,830\text{ m}^2$
- C) přibližně  $2\,425\text{ m}^2$
- D) přibližně  $2\,588\text{ m}^2$
- E) přibližně  $3\,415\text{ m}^2$

2 body

- 22 Pravidelný šestiboký hranol má všechny hrany stejně dlouhé. Objem tohoto tělesa je  $4 \cdot \sqrt{27} \text{ dm}^3$ .

**Jaká je délka hrany?**

- A)  $3 \cdot \sqrt[3]{2} \text{ dm}$
- B)  $2 \cdot \sqrt[3]{4} \text{ dm}$
- C)  $3 \text{ dm}$
- D)  $2 \text{ dm}$
- E) jiná délka

---

max. 3 body

- 23 Pro  $\alpha \in \mathbb{R}$  platí:

$$\cos^2 \alpha = 0,75$$

**Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).**

- |                                     | <b>A</b>                 | <b>N</b>                 |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 23.1 $\sin^2 \alpha = \frac{1}{3}$  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.2 $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.3 $\sin^2 2\alpha = \frac{3}{4}$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

---

**ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.**

---