

# MATEMATIKA+

MXMVD15C0T01

## DIDAKTICKÝ TEST

**Maximální bodové hodnocení: 50 bodů**  
**Hranice úspěšnosti: 33 %**

### 1 Základní informace k zadání zkoušky

- Didaktický test obsahuje **23 úloh**.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píše do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se **neudělují záporné body**.

### 2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšte čitelně** do vyznačených bílých polí.

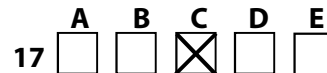
1



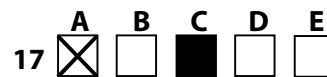
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvete pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

**TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!**

1 bod

1 Rozložte na součin:

$$(9x - 3) + (3x - 1)^2 =$$

---

1 bod

2 Pro  $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$  zjednodušte:

$$\frac{a^{222} - a^{20}}{a^{101} - 1} =$$

---

max. 2 body

3 Je dána rovnice  $x^2 + 2 = p + 6x$  s neznámou  $x \in \mathbb{R}$  a parametrem  $p \in \mathbb{R}$ .

**Určete všechny hodnoty parametru  $p$ , pro něž má rovnice alespoň jeden reálný kořen.**

#### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Aleš zaplatil za zlevněný zájezd 9 000 korun a z původní ceny zájezdu tak ušetřil čtvrtinu. Sleva se týkala jen dopravy, jejíž cena klesla na 40 % původní ceny. Ostatní náklady zůstaly v plné výši.

(CZVV)

max. 2 body

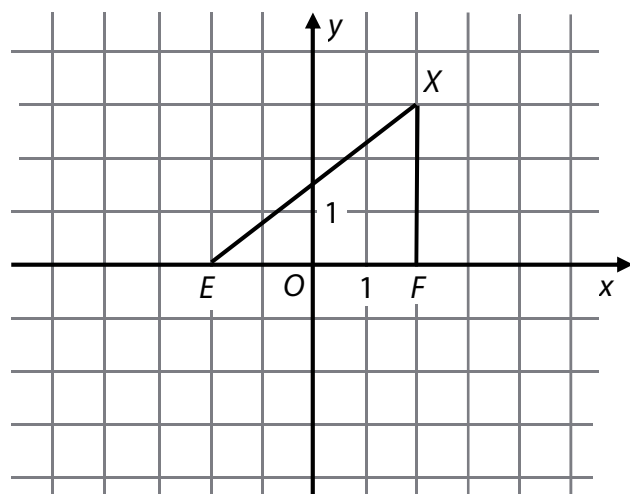
**4** Vypočtete původní cenu dopravy ( $d$ ).

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

---

#### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

V soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou umístěna obě ohniska  $E, F$  a bod  $X$  elipsy.



(CZVV)

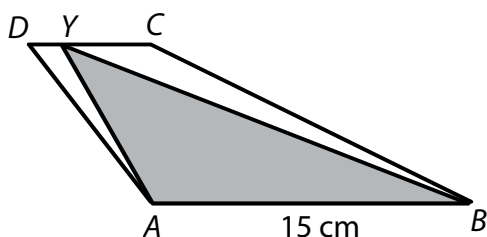
max. 2 body

**5** Určete délky hlavní i vedlejší poloosy elipsy.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Bod  $Y$  leží uvnitř úsečky  $CD$ .

Obsah trojúhelníku  $ABY$  je roven  $\frac{5}{6}$  obsahu lichoběžníku  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ).



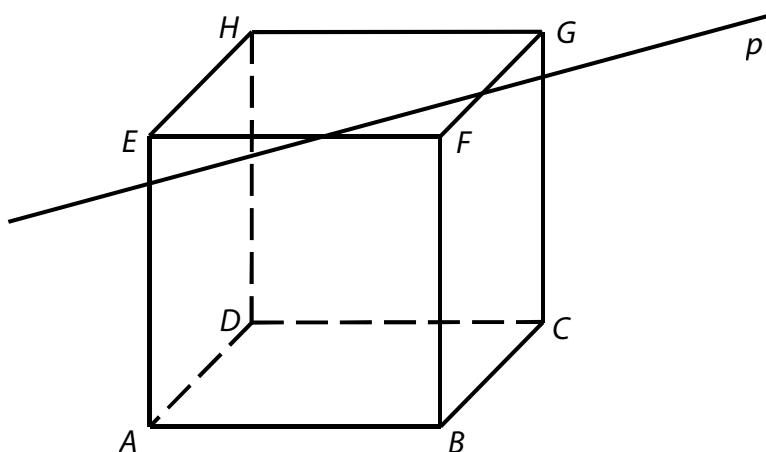
(CZVV)

max. 2 body

**6** Vypočítejte délku strany  $CD$  lichoběžníku  $ABCD$ .

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Přímka  $p$  leží v rovině  $EFG$  horní stěny krychle  $ABCDEFGH$ . Rovina  $\sigma$  je určena přímkou  $p$  a vrcholem  $D$ .



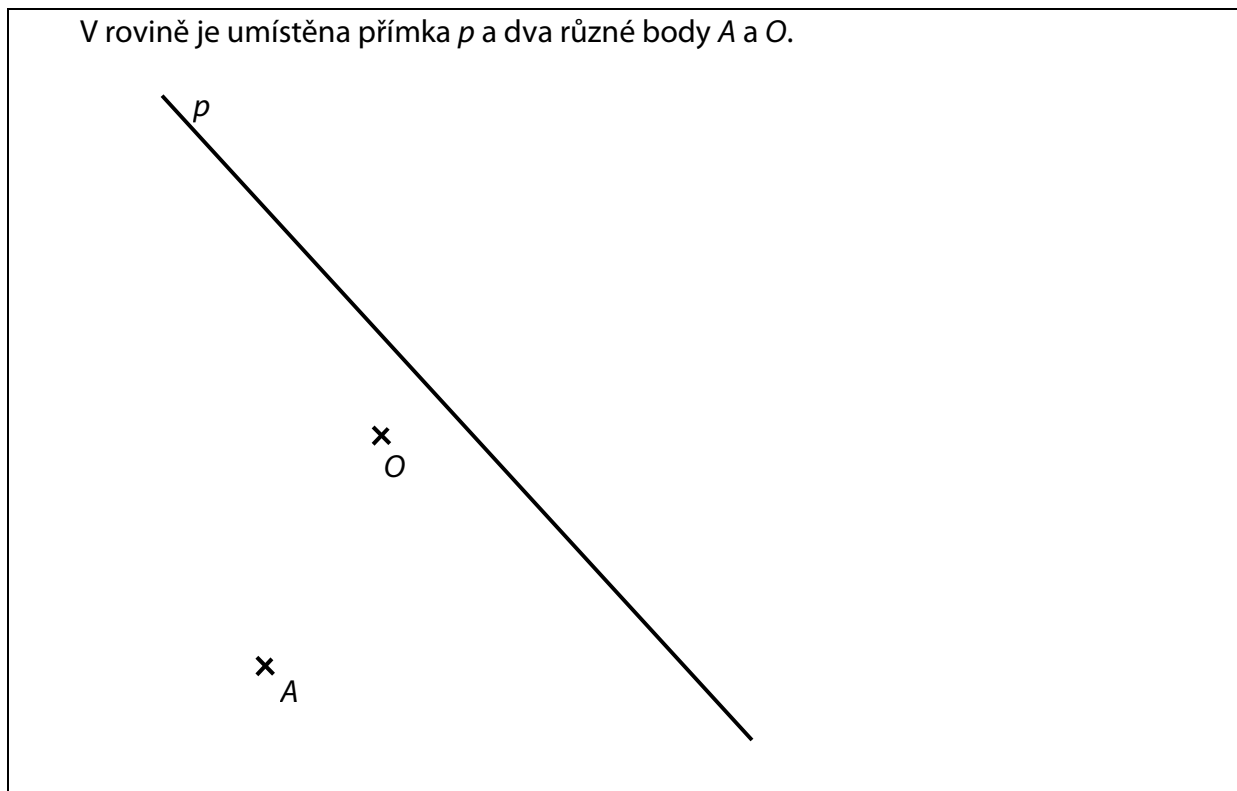
(CZVV)

max. 2 body

**7** Sestrojte řez krychle  $ABCDEFGH$  rovinou  $\sigma$ .

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry **propisovací tužkou**.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8



(CZVV)

**max. 3 body**

**8** Sestrojte rovnoramenný trojúhelník  $ABC$  se základnou  $AB$ , jehož osa souměrnosti prochází bodem  $O$  a rameno  $BC$  leží na přímce  $p$ .

8.1 Proveďte rozbor nebo popis konstrukce trojúhelníku  $ABC$ .

8.2 Proveďte konstrukci trojúhelníku  $ABC$ .

Najděte všechna řešení.

**V záznamovém archu** obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Pětimístné číslo má ve svém zápise čtyřikrát stejnou **nenulovou** číslici a jednu větší číslici. Těmto podmínkám vyhovují např. čísla 31 111, 22 922 apod.

(CZVV)

**max. 2 body**

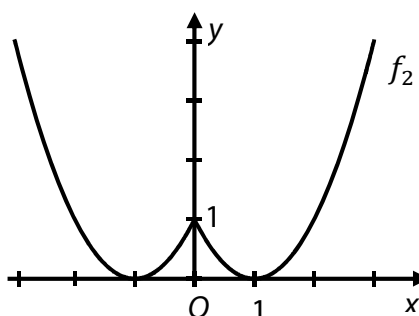
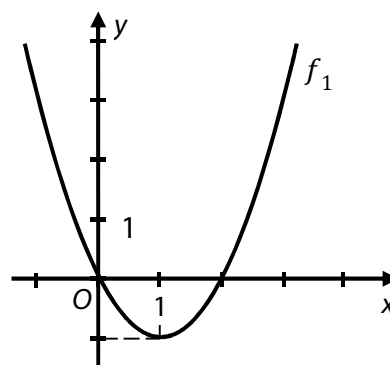
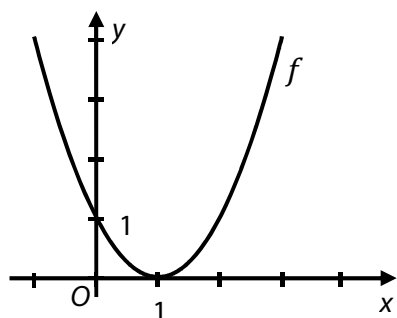
**9**

9.1 Určete, kolik čísel vyhovujících podmínkám zadání má ve svém zápise číslici 1.

9.2 Určete počet všech čísel vyhovujících podmínkám zadání.

## VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je sestrojen graf funkce  $f: y = (x - 1)^2$  pro  $x \in \mathbf{R}$ . Posunutím grafu funkce  $f$  nebo posunutím a sjednocením jeho částí byly vytvořeny grafy funkcí  $f_1$  a  $f_2$ .

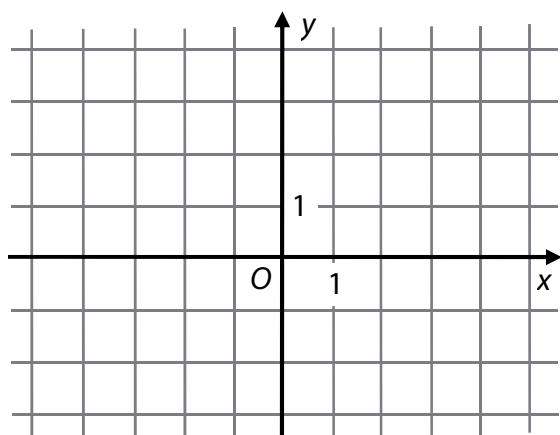


(CZVV)

max. 3 body

10

- 10.1 Zapište předpis funkce  $f_1$ .
- 10.2 Zapište předpis funkce  $f_2$ .
- 10.3 Sestrojte graf funkce  $f_3: y = |(x + 2)^2 - 1|$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .  
Průsečíky s osami i lokální extrémy zaznamenejte přesně.



V záznamovém archu obtáhněte graf **propisovací tužkou**.

max. 2 body

11 Pro  $n \in \mathbb{N}$  řešte rovnici:

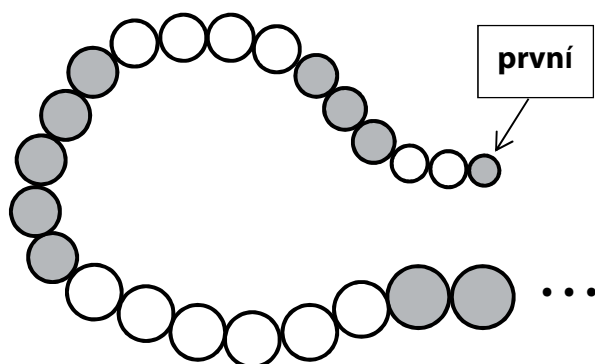
$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{4080}{2^{n+4}}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.



## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V Kocourkově vydláždili cestu od radnice kulatými dlaždicemi.



První den položili jednu dlaždici s průměrem 51 cm, druhý den dvě dlaždice s průměrem 52 cm, další den tři dlaždice s průměrem 53 cm atd.

Až do konce pokračovali podle stejného pravidla. Každý den položili o 1 dlaždici více než v předešlém dni a zároveň se průměr dlaždic zvětšil o 1 cm.

Poslední den položili největší počet dlaždic, a to s průměrem 130 cm.

(CZVV)

**max. 3 body**

**12**

12.1 Vypočtete, kolik dlaždic na cestě mělo průměr 130 cm.

12.2 Vypočtete, kolika dlaždicemi v Kocourkově vydláždili celou cestu.

12.3 Vypočtete průměr dlaždice, která byla položena na cestě jako tisící v pořadí.

Ve všech částech úlohy 12 uveďte **v záznamovém archu celý postup řešení.**

**13 Rovnice (13.1–13.3) řešte v oboru  $\mathbb{R}$  a každé z nich přiřadte pravdivé tvrzení z nabídky A–E.**

13.1  $\log(x - 2) = \log(2 - x)$  \_\_\_\_\_

13.2  $\log(1 - x) + \log(-x) = \log(4 - x)$  \_\_\_\_\_

13.3  $\log(x + 2) = 0$  \_\_\_\_\_

- A) Rovnice nemá řešení.
- B) Rovnice má právě jedno řešení, kořen je  $-2$ .
- C) Rovnice má právě jedno řešení, kořen je  $2$ .
- D) Rovnice má právě jedno řešení, kořen není  $-2$  ani  $2$ .
- E) Rovnice má právě dvě různá řešení.

**14 Přřadte každé nerovnici (14.1–14.3) její řešení (A–E) v oboru R.**

14.1  $\frac{2}{1-x} > 0$  \_\_\_\_\_

14.2  $\frac{2x}{1-x} > 0$  \_\_\_\_\_

14.3  $\frac{2x}{1-x} > -1$  \_\_\_\_\_

- A) (0; 1)
- B) (-1; 1)
- C) (-∞; 1)
- D) (0; ∞)
- E) jiné řešení

---

**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15**

Pro  $x \in \mathbb{R}$  platí:

$$A = (2x + 1)^2$$

$$B = (2x)^2$$

$$C = (2x - 1)^2$$

(CZVV)

**2 body**

**15 Který z následujících výrazů je ekvivalentní s výrazem  $(A - B) \cdot (B - C)$  ?**

- A)  $4B - 1$
- B)  $8B - 1$
- C)  $B^2 - 1$
- D) 1
- E) žádný z uvedených

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Jsou dány dvě rovnice:

I.  $\operatorname{tg} 3x = 0$

II.  $\operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$

Množinu všech řešení první rovnice v intervalu  $\langle 0; 2\pi \rangle$  označme  $K_I$ , množinu všech řešení druhé rovnice v intervalu  $\langle 0; 2\pi \rangle$  označme  $K_{II}$ .

(CZVV)

**2 body**

**16** Kolik prvků obsahuje průnik  $K_I \cap K_{II}$ ?

(Tj. počet společných kořenů obou rovnic v intervalu  $\langle 0; 2\pi \rangle$ .)

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) jiný počet

**2 body**

**17** Existuje takové  $x \in \mathbf{R}$ , že čísla  $x - \sqrt{6}$ ;  $\sqrt{x}$ ;  $x + \sqrt{6}$  tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti.

**Jaký je kvocient této posloupnosti?**

- A)  $\sqrt{6}$
- B)  $\sqrt{3}$
- C)  $\sqrt{6} - \sqrt{3}$
- D)  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
- E)  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

2 body

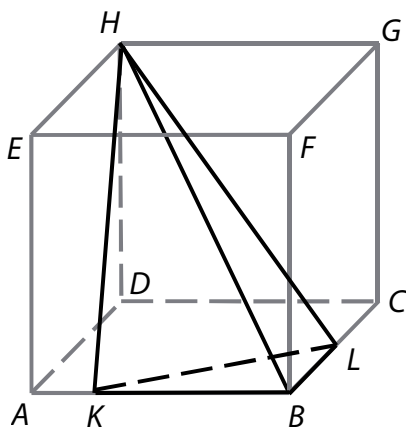
18 Jaká je velikost libovolného vektoru  $\vec{v} = (3; y; y)$ , který je kolmý k vektoru  $\vec{w} = (-3; -y; 2y)$ ?

- A)  $|\vec{v}| = 3\sqrt{3}$
- B)  $|\vec{v}| = 3\sqrt{6}$
- C)  $|\vec{v}| = 6\sqrt{3}$
- D)  $|\vec{v}| = 9\sqrt{6}$
- E) nelze jednoznačně určit

**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19**

V krychli  $ABCDEFGH$  je bod  $L$  středem hrany  $BC$  a bod  $K$  leží ve čtvrtině hrany  $AB$  blíže k bodu  $A$  ( $K \in AB \wedge |KB| = 3|AK|$ ).

Objem tělesa  $KBLH$  je  $2 \text{ cm}^3$ .



(CZVV)

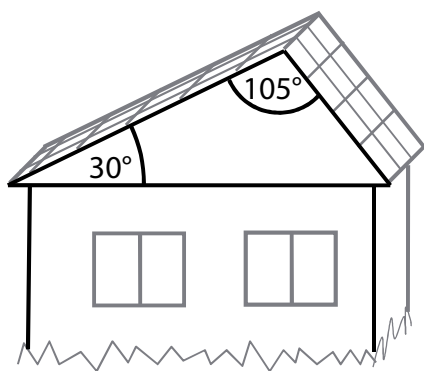
2 body

19 Jaký je objem krychle  $ABCDEFGH$ ?

- A)  $8 \text{ cm}^3$
- B)  $12 \text{ cm}^3$
- C)  $24 \text{ cm}^3$
- D)  $32 \text{ cm}^3$
- E) jiný objem

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Dvě části střechy domu tvoří obdélníky, které spolu svírají úhel  $105^\circ$ . Střecha má z každé strany jiný sklon (z levé strany  $30^\circ$ ).



(CZVV)

**2 body**

**20 V jakém poměru jsou velikosti ploch obou částí střechy?**

- A)  $3 : 2$
- B)  $2 : \sqrt{3}$
- C)  $\sqrt{3} : \sqrt{2}$
- D)  $\sqrt{3} : 1$
- E)  $\sqrt{2} : 1$

2 body

21 Jaký je absolutní člen binomického rozvoje výrazu  $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + x^2\right)^{15}$  ?

**Poznámka:** Absolutní člen neobsahuje proměnnou  $x$ .

- A)  $\frac{15!}{10! \cdot 5!}$
- B)  $\frac{15!}{12! \cdot 3!}$
- C)  $\frac{15!}{8! \cdot 7!}$
- D)  $\frac{15!}{6! \cdot 9!}$
- E) žádný z uvedených

---

2 body

22 V osudí je 5 nenulových čísel a 3 nuly. Vylosovaná čísla se do osudí nevrací.

**Jaká je pravděpodobnost, že v pěti tažených čísel budou právě dvě nuly?**

- A)  $\frac{1}{4}$
- B)  $\frac{5}{28}$
- C)  $\frac{15}{28}$
- D)  $\frac{3}{56}$
- E)  $\frac{13}{56}$

max. 3 body

23 Pro každé z následujících čísel  $z \in \mathbb{C}$  (23.1–23.3) rozhodněte, je-li zápis  $|z + 3i| \leq 4$  pravdivý (A), či nikoli (N).

	A	N
23.1 $z = -7i$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.2 $z = -4$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.3 $z = 3 - 5i$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

---

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.

---