

MATEMATIKA+

MXMVD19C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

- **Didaktický test** obsahuje **23 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.

1



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

	A	B	C	D	E
17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

	A	B	C	D	E
17	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 Pro $x \in (0; +\infty)$ upravte výraz:

$$\frac{x^8 - x^4}{(x^4 + x^2)(x^2 + x)} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

1 bod

2 Je dán výraz s proměnnou $n \in \mathbf{N}$:

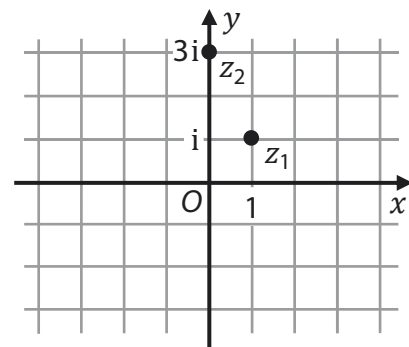
$$\frac{10^{n-1}}{2} - 2 \cdot 10^{n-2}$$

Upravte jej a vyjádřete jako součin některého z přirozených čísel od 1 do 9 a mocniny čísla 10.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

V Gaussově rovině jsou (v mřížových bodech) zobrazena komplexní čísla z_1 a z_2 .

Platí: $z = z_1 \cdot z_2$.



(CZVV)

1 bod

3 Zapište v goniometrickém tvaru číslo z , jehož argument φ je z intervalu $(0; 2\pi)$.

max. 2 body

- 4** Třetí mocnina neznámého čísla je o 100 menší než druhá mocnina součtu téhož neznámého čísla s číslem 10.

Vypočtete neznámé číslo. Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Každý pracovník firmy mluví alespoň jedním ze dvou jazyků – anglicky nebo německy.
Polovina těch, kteří mluví německy, mluví i anglicky.
Třetina těch, kteří mluví anglicky, mluví i německy.

(CZVV)

1 bod

- 5** **Vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jaká část všech pracovníků firmy mluví oběma jazyky (anglicky i německy).**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

K dispozici je 11 ampulí o stejném objemu.
Do 3 ampulí dohromady se vejdou více než 4 centilitry tekutiny, ale méně než 5 centilitrů.
Do 4 ampulí dohromady se vejde více než 5 centilitrů tekutiny, ale méně než 6 centilitrů.
Celkový objem 11 ampulí je přesně n centilitrů, kde n je přirozené číslo.

(CZVV)

max. 2 body

6 Vypočtěte n .

Najděte všechna řešení.

max. 2 body

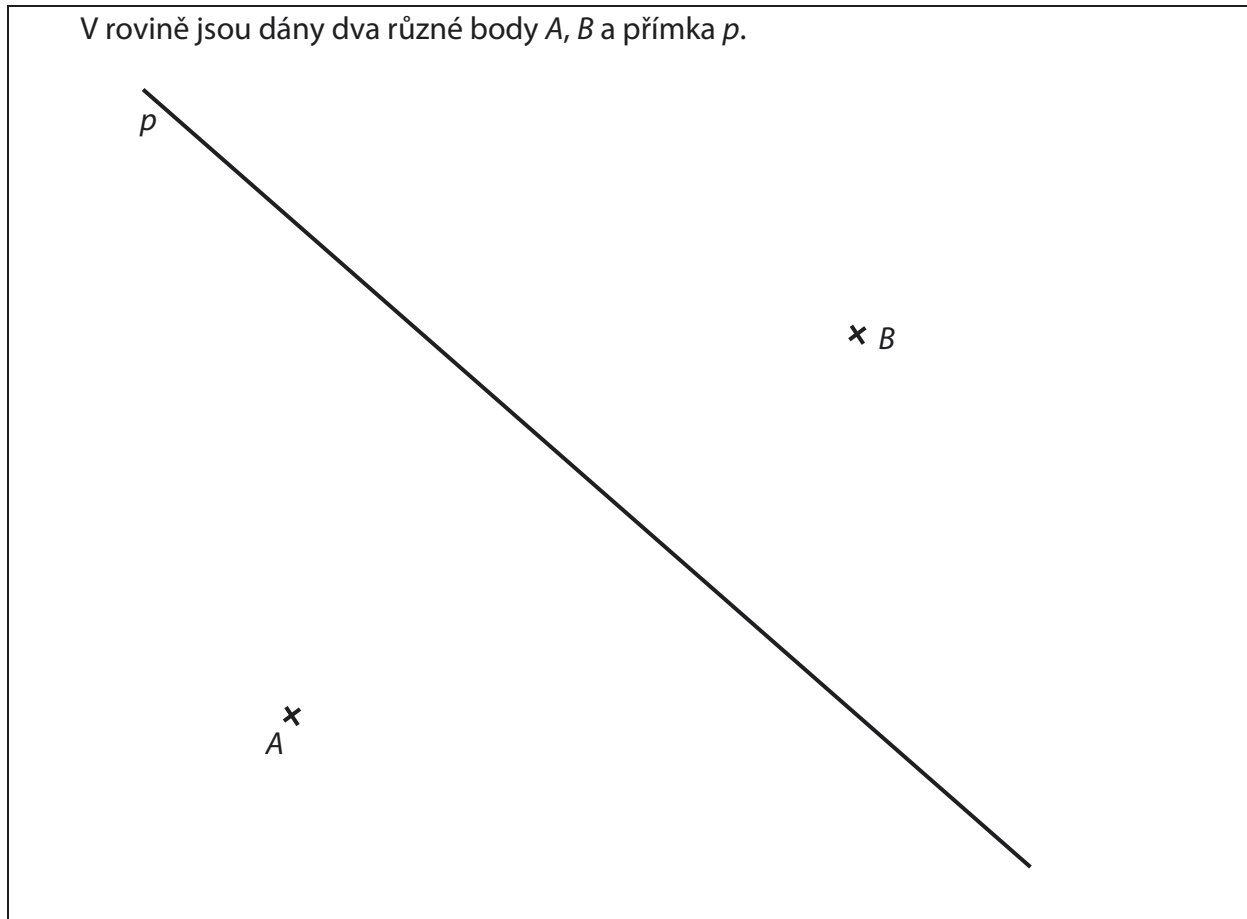
7 Pro $\alpha \in \langle 0; 2\pi \rangle$ řešte:

$$\sin 2\alpha - 3 \cos \alpha = 0$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině jsou dány dva různé body A, B a přímka p .



(CZVV)

max. 3 body

8 Body A, B jsou vrcholy trojúhelníku ABC . Na přímce p leží pata výšek trojúhelníku ABC vedených z vrcholů B a C .

(Pata výšky na stranu AB je průsečík této výšky s přímkou AB .)

8.1 Proveďte náčrtek trojúhelníku ABC a zapište rozbor nebo postup konstrukce pro chybějící vrchol C trojúhelníku ABC .

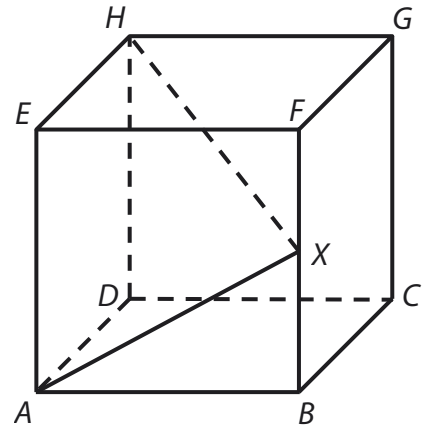
8.2 V obrázku sestrojte chybějící vrchol C trojúhelníku ABC a trojúhelník narýsujte. Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V krychli $ABCDEFGH$ je bod X střed hrany BF .

Platí: $|AX| = \sqrt{20}$ cm.



(CZVV)

max. 2 body

9 Vypočtete v cm

- 9.1 délku hrany krychle,
- 9.2 vzdálenost bodů X a H .

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Byla vybrána skupina tří zaměstnanců, jejichž platy tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Z těchto tří platů je nejvyšší plat o 25 % vyšší než nejnižší plat a aritmetický průměr všech tří platů je 36 000 korun.

(CZVV)

max. 2 body

10 Vypočtete, o kolik korun se liší nejvyšší a nejnižší plat ve vybrané skupině.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 3 body

- 11** Graf funkce $f: y = \frac{ax + 6}{x - 2}$ s proměnnou $x \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$ protíná souřadnicové osy x, y ve dvou bodech, které mají stejnou vzdálenost od počátku O soustavy souřadnic Oxy .

Určete hodnotu reálného koeficientu a .

Najděte všechna řešení.

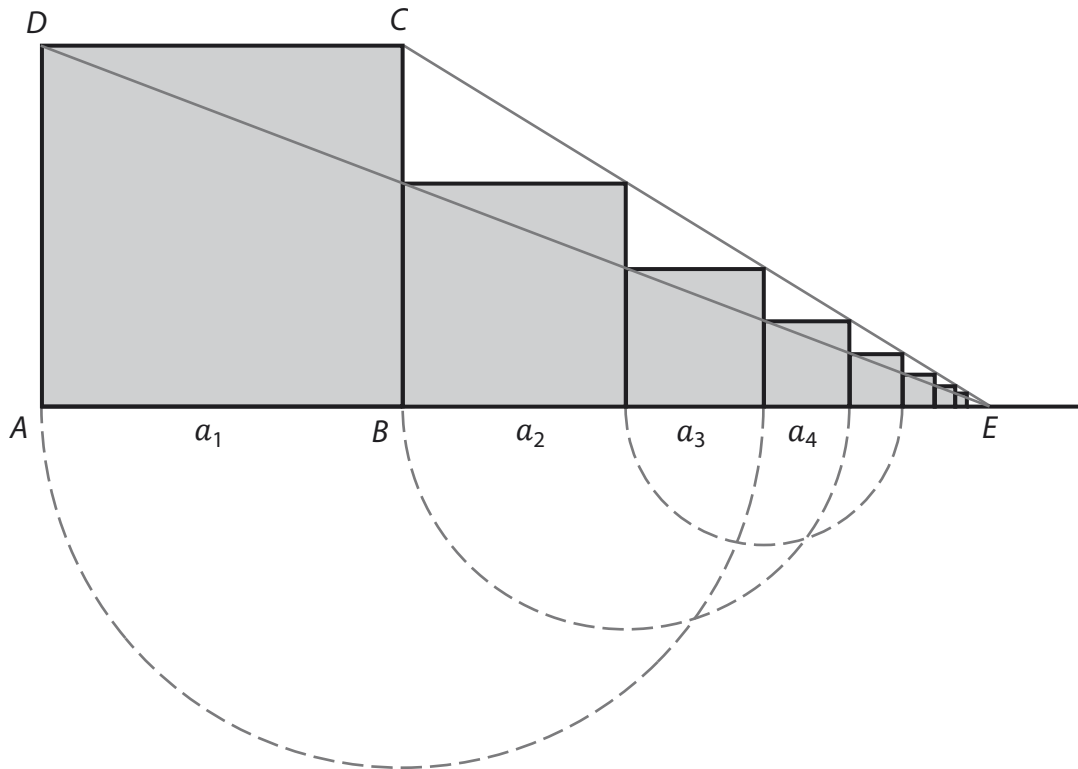
V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Každý ze zobrazených čtverců má dva sousední vrcholy na přímce AE , další vrchol na přímce CE a poslední vrchol na přímce DE .

Zobrazené čtverce splňují současně následující podmínky:

- délka strany prvního čtverce je $a_1 = 1$ dm,
- délky stran všech po sobě jdoucích čtverců tvoří geometrickou posloupnost,
- délka strany každého čtverce je součtem délek stran dvou následujících čtverců.



(CZVV)

max. 4 body

12

- 12.1 Vyjádřete (bez zaokrouhlení) kvocient q dané posloupnosti.
- 12.2 Vypočtete v dm (bez zaokrouhlení) délku úsečky AE .
- 12.3 Vypočtete v dm^2 obsah trojúhelníku CDE .

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy 12 celý **postup řešení**.

13 Přiřadte každé nerovnici (13.1–13.3) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru R.

13.1 $\frac{x-1}{x} < 1$ _____

13.2 $2 \cdot 4^{2-x} - \log_4 16 < 0$ _____

13.3 $\log_{0,5}(x-1) > 0$ _____

- A) $(-\infty; 0)$
- B) $(-\infty; 2)$
- C) $(1; 2)$
- D) $(2; +\infty)$
- E) $(0; +\infty)$
- F) jiná množina

14 Ve skupině je 23 párů (muž a žena).

Určete, kolika způsoby (A–F) lze z této skupiny vybrat

14.1 trojici osob, z nichž žádné dvě nejsou z téhož páru; _____

14.2 trojici osob, z nichž žádné dvě nejsou z téhož páru a alespoň 1 osoba je muž; _____

14.3 **čtveřici** osob obsahující právě jednu dvojici z téhož páru. _____

A) 7 590

B) 12 397

C) 13 409

D) 14 168

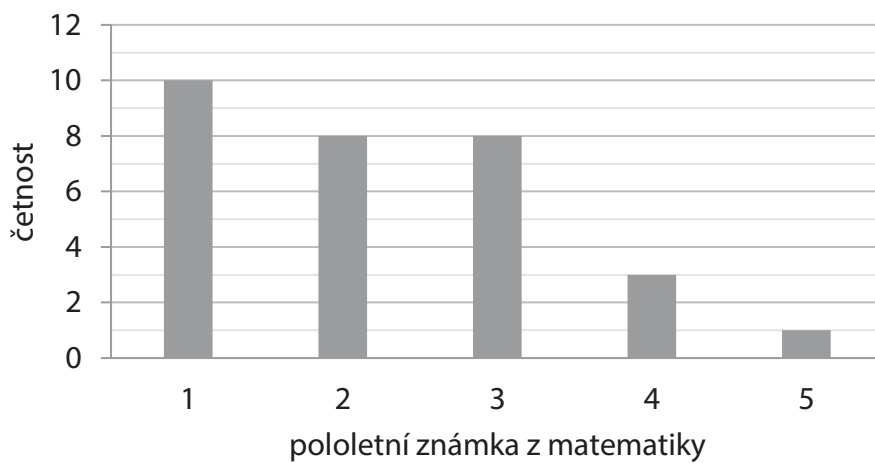
E) 21 252

F) jiným počtem

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 15

Ve třídě 4. A je 14 chlapců a 16 dívek. Ve skupině všech chlapců této třídy je medián pololetních známek z matematiky 2,5.

V následujícím grafu je uvedeno rozdělení četností pololetních známek z matematiky ve 4. A.



(CZVV)

2 body

15 Jaký je největší možný počet dívek, které mohly za daných podmínek získat známku 3?

- A) 7
- B) 6
- C) 5
- D) 4
- E) jiný počet

16 Která z následujících funkcí je v intervalu $\langle 1; +\infty \rangle$ rostoucí?

- A) $f_1: y = |x - 2| + 1$
- B) $f_2: y = 2 - |x + 1|$
- C) $f_3: y = |x - 1| - 2$
- D) $f_4: y = 2 - |x - 1|$
- E) žádná z uvedených

17 Je dána funkce $g: y = x^2 - 4x + 4, x \in (-\infty; 0)$.

Jaký je definiční obor inverzní funkce g^{-1} k funkci g ?

- A) $D(g^{-1}) = \langle 4; +\infty \rangle$
- B) $D(g^{-1}) = \langle 0; +\infty \rangle$
- C) $D(g^{-1}) = (-\infty; 4)$
- D) $D(g^{-1}) = (-\infty; 0)$
- E) Žádný, k funkci g neexistuje inverzní funkce.

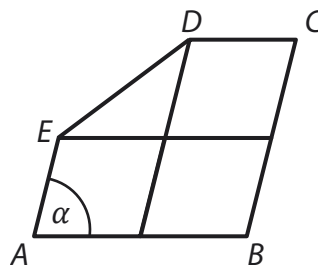
- 18 Obrazem kružnice $k: (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ v osové souměrnosti s osou o je kružnice $l: (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$.

Která z následujících rovnic je rovnice osy souměrnosti o ?

- A) $2x + y = 0$
- B) $2x - y = 0$
- C) $x + 2y = 0$
- D) $x - 2y = 0$
- E) žádná z uvedených

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Pětúhelník $ABCDE$ se skládá ze 3 shodných kosočtverců o straně délky 3 cm a tupoúhlého trojúhelníku. Dále platí, že $\cos \alpha = \frac{1}{9}$.



(CZW)

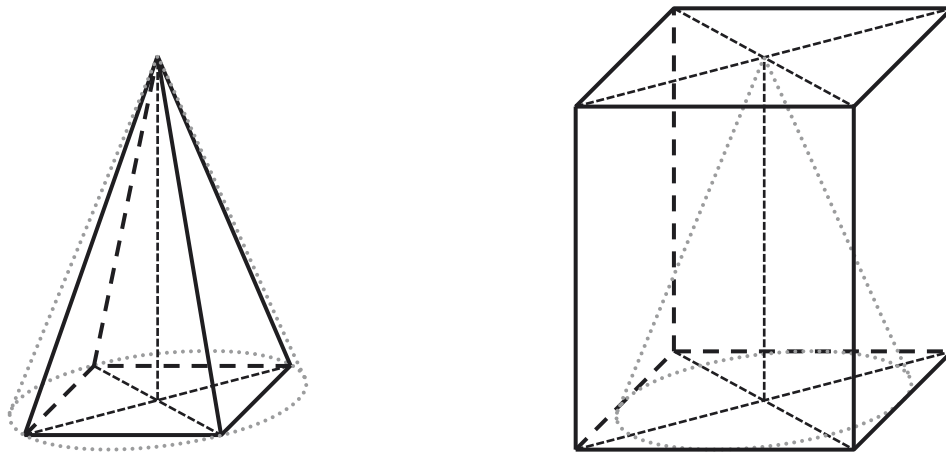
2 body

- 19 Jaký je obvod pětúhelníku $ABCDE$?

- A) $(18 + 2 \cdot \sqrt{5})$ cm
- B) $(18 + 3 \cdot \sqrt{2})$ cm
- C) 22 cm
- D) $(18 + 2 \cdot \sqrt{3})$ cm
- E) jiný obvod

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Do rotačního kužele je vepsán pravidelný čtyřboký jehlan. Témuž kuželi je opsán pravidelný čtyřboký hranol.



(CZVV)

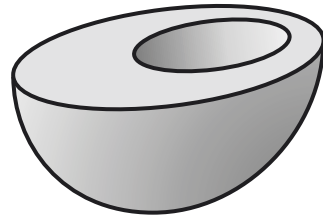
2 body

20 Kolikrát větší je objem hranolu než objem jehlanu?

- A) méně než 5krát
- B) 5krát
- C) $\frac{5\pi}{3}$ krát
- D) 6krát
- E) více než 6krát

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V dřevěné polokouli s poloměrem r byla vytvořena prohlubeň tvaru polokoule s poloměrem $\frac{r}{2}$ tak, že podstavy obou polokoulí leží v téže rovině.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je povrch vytvořeného tělesa (včetně plochy prohlubně)?

- A) $\frac{5\pi r^2}{2}$
- B) $\frac{13\pi r^2}{4}$
- C) $\frac{7\pi r^2}{2}$
- D) $\frac{15\pi r^2}{4}$
- E) jiný povrch

2 body

22 Platí:

$$a, b \in \mathbf{N}, a < b,$$

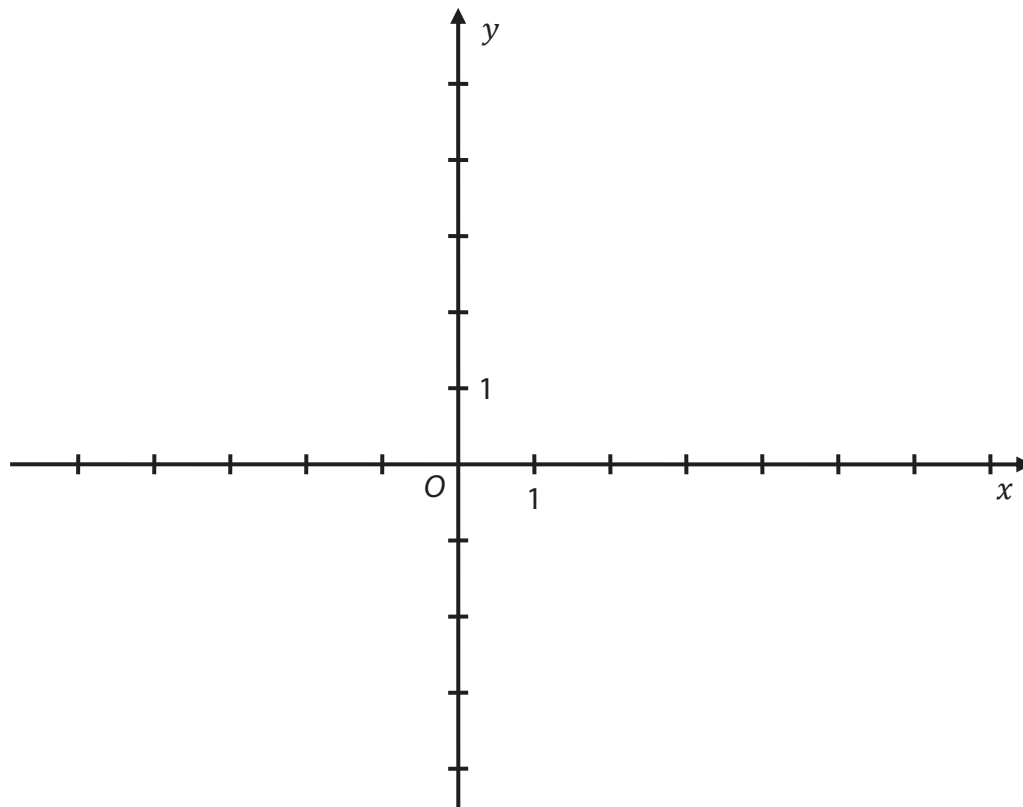
a je dělitelné dvěma, b je dělitelné šesti, b je dělitelné a .

Které z následujících tvrzení není pravdivé?

- A) Součet $a + b$ nemusí být dělitelný šesti.
- B) Součet $a + b$ nemusí být dělitelný osmi.
- C) Rozdíl $b - a$ musí být dělitelný dvěma.
- D) Součin $a \cdot b$ musí být dělitelný dvanácti.
- E) Podíl $b : a$ musí být dělitelný třemi.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Body $A[0; 5]$ a $C[1; -2]$ jsou vrcholy trojúhelníku ABC a bod $C_1[-2; 1]$ je střed strany AB .



(CZVV)

max. 3 body

23 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 23.1 Těžiště T trojúhelníku ABC leží na některé ze souřadnicových os x, y . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.2 Bod $A_1[-1; -2,5]$ je střed strany BC trojúhelníku ABC . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.3 V trojúhelníku ABC je vnitřní úhel BCA tupý. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
