

# MATEMATIKA

vyšší úroveň obtížnosti

MAMVD11C0T02

## DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů  
Hranice úspěšnosti: 33 %

### 1 Základní informace k zadání zkoušky

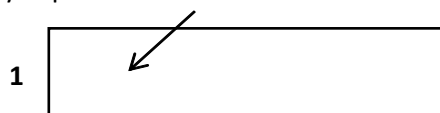
- Didaktický test obsahuje 23 úloh.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- Povolené pomůcky: psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se body neodečítají.
- Odpovědi pište do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří úlohy otevřené.
- Ve druhé části (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují i nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je právě jedna odpověď správná.

### 2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte modrou nebo černou propisovací tužkou, která píše dostatečně silně a nepřerušovaně.
- U úloh, kde budete rýsovat obyčejnou tužkou, obtáhněte čáry a křivky následně propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu.

### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

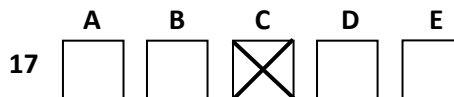
- Výsledky pište čitelně do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadováno řešení, uveďte kromě výsledku celý postup řešení.
- Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole nebudou hodnoceny.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvete pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

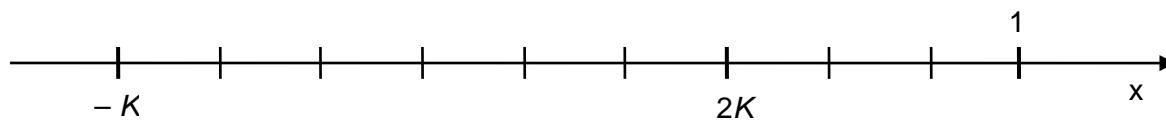


- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

**Testový sešit neotvírejte, počkejte na pokyn!**

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 1 A 2

Na číselné ose jsou vyznačeny obrazy neznámých čísel  $-K$  a  $2K$  a dále obraz čísla 1.



(CERMAT)

- 1 Na číselné ose vyznačte obraz čísla 0. 1 bod
- 2 Určete hodnotu čísla  $K$ . 1 bod

- 
- 3 Součet dvou čísel je 100. Dělíme-li první číslo sedmi, dostaneme stejný výsledek, jako když druhé číslo vydělíme osmnácti. max. 2 body  
**Určete obě původní čísla.**

1 bod

- 4 Výraz s nenulovými reálnými proměnnými  $x, y$  maximálně zjednodušte:

$$(x^2y)^3 \cdot (xy^3)^{-3} =$$

---

1 bod

- 5 Výraz s proměnnou  $y \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$  maximálně zjednodušte:

$$\frac{y - \frac{4}{y}}{\frac{4}{y} + 2} =$$

---

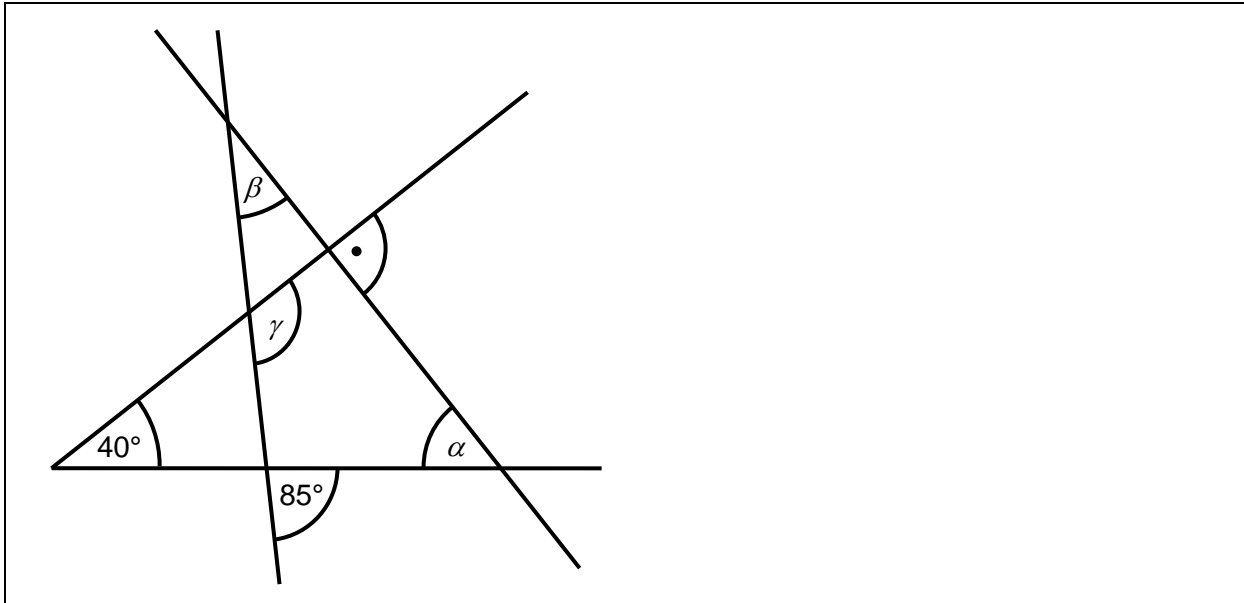
max. 2 body

- 6 Pro  $y \neq 3$  platí předpis

$$x = \frac{2 + y}{3 - y}.$$

Z předpisu vyjádřete proměnnou  $y$  pro  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 7



(CERMAT)

max. 2 body

7 Vypočítejte velikosti úhlů vyznačených v náčrtku.

Výsledky uveďte v pořadí  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

max. 2 body

8 Určete reálné číslo  $r$  v zápisu rovnoběžných přímek  $p$  a  $q$ , jestliže platí:

$$p: (r + 2)x + y = 0$$

$$q: 8x + ry - 3 = 0$$

Uveďte všechna řešení.

max. 2 body

9 V intervalu  $(0; 2\pi)$  najděte všechna řešení rovnice:

$$(\sin x - 0,5)^2 = 1$$

---

VÝCHOZÍ TABULKA K ÚLOZE 10

$x$	2	-2	1	
$y$	$\frac{5}{4}$			1

(CERMAT)

max. 3 body

10 Doplňte chybějící hodnoty v tabulce pro funkci  $f: y = a^x$ , kde  $a > 0$ .

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Ve firmě jsou zaměstnanci rozděleni do tří skupin. V první skupině, v níž je 12 % z celkového počtu zaměstnanců firmy, je průměrný měsíční plat 40 000 korun, ve druhé skupině 35 000 korun a ve třetí skupině 25 000 korun. Průměrný měsíční plat všech zaměstnanců firmy je 33 000 korun.

(CERMAT)

**max. 4 body**

### 11 Kolik procent zaměstnanců je ve třetí skupině?

**V záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení** včetně popisu neznámých nebo objasnění důležitých kroků postupu.

**max. 4 body**

- 12** Nekonečná posloupnost  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ , kde  $n \in \mathbf{N}$ , je určena prvním členem  $a_1 = 0$  a rekurentním vztahem:

$$a_{n+1} = q \cdot a_n + 4$$

- 12.1 Vyjádřete další tři členy  $a_2$ ,  $a_3$  a  $a_4$  v závislosti na veličinách  $a_1$ ,  $q$  a výrazy upravte tak, aby neobsahovaly závorky.
- 12.2 Určete všechny reálné hodnoty  $q$ , pro něž je posloupnost  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  konvergentní.
- 12.3 Pro  $q = -\frac{1}{2}$  vypočtete  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

V následujících úlohách vyznačte **správné řešení křížkem** v příslušném poli **záznamového archu**.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Dvě různé karty (I a II) mají po dvanácti polích označených písmeny a–l. Na každé kartě je polovina polí tmavých a polovina světlých.

I.			
a	b	c	d
e	f	g	h
i	j	k	l

II.			
a	b	c	d
e	f	g	h
i	j	k	l

V osudí je všech dvanáct písmen a–l, z nichž bude jedno vylosováno.

(CERMAT)

**max. 3 body**

**13** Přiřadte jevům  $J_1$ – $J_3$  (13.1–13.3) odpovídající hodnoty pravděpodobnosti (A–E):

- 13.1  $J_1$ : Vylosované písmeno bude na obou kartách umístěno v tmavém poli. \_\_\_\_\_
- 13.2  $J_2$ : Vylosované písmeno bude právě na jedné z obou karet umístěno v tmavém poli. \_\_\_\_\_
- 13.3  $J_3$ : Vylosované písmeno bude alespoň na jedné z obou karet umístěno v tmavém poli. \_\_\_\_\_

- A) 0,25
- B) 0,4
- C) 0,5
- D) 0,75
- E) jiná hodnota



max. 3 body

14 Přiřaďte ke každé rovnici (14.1–14.3) odpovídající název množiny bodů v rovině (A–E):

14.1  $x^2 - 2x + 2y^2 - 4y = 0$  \_\_\_\_\_

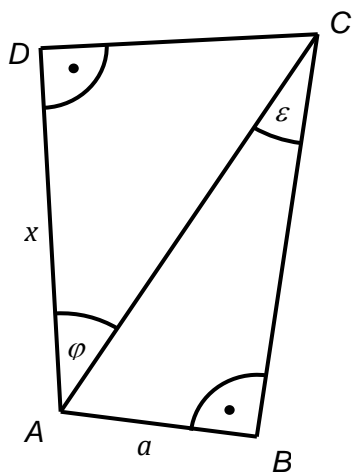
14.2  $x^2 + 4x + y^2 + 4 = 0$  \_\_\_\_\_

14.3  $x^2 - 2y + 8 = 0$  \_\_\_\_\_

- A) Kružnice
- B) Elipsa
- C) Hyperbola
- D) Parabola
- E) Bod

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Ve čtyřúhelníku  $ABCD$  jsou dva vnitřní úhly pravé, délka strany  $AB$  je  $a$ , délka strany  $AD$  je  $x$  a velikosti úhlů  $ACB$  a  $CAD$  jsou  $\varepsilon$  a  $\varphi$ .



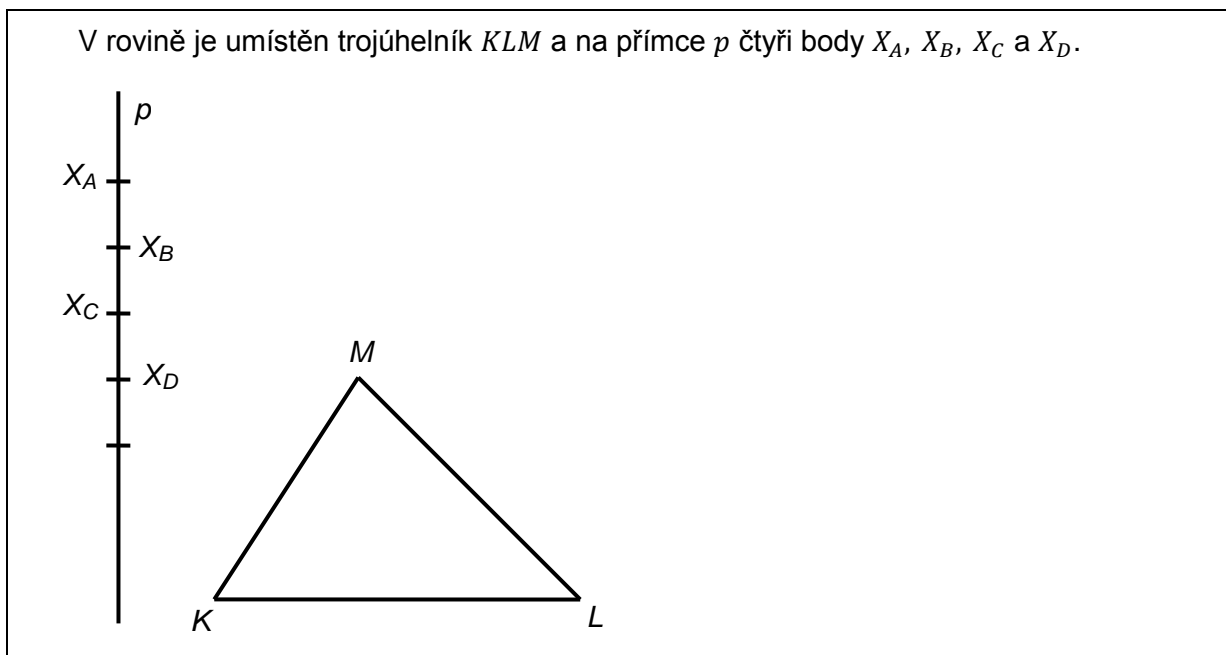
(CERMAT)

**2 body**

**15** Vyjádřete délku  $x$  v závislosti na veličinách  $a$ ,  $\varepsilon$  a  $\varphi$ .

- A)  $x = a \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \varepsilon}$
- B)  $x = a \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos \varepsilon}$
- C)  $x = a \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \varepsilon}$
- D)  $x = a \cdot \frac{\cos \varphi}{\cos \varepsilon}$
- E) jiné řešení

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16



(CERMAT)

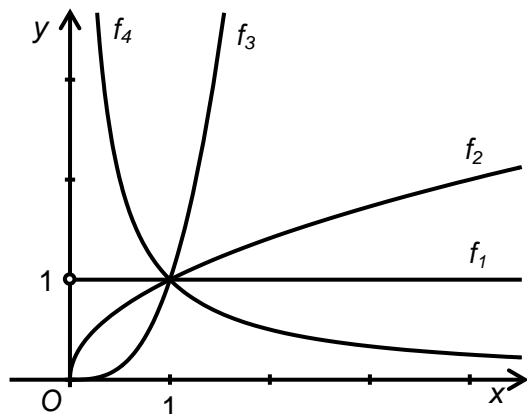
2 body

**16** Který z bodů  $X_*$  přímky  $p$  je vrcholem trojúhelníku  $KMX_*$ , jenž má s trojúhelníkem  $KLM$  shodný obsah?

- A)  $X_A$
- B)  $X_B$
- C)  $X_C$
- D)  $X_D$
- E) žádný z uvedených bodů

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 17

V prvním kvadrantu jsou zobrazeny grafy mocninných funkcí s předpisem  $y = x^q$ .



(CERMAT)

2 body

17 U které z funkcí  $f_1$  až  $f_4$  má exponent  $q$  hodnotu z intervalu  $(0; 1)$ ?

- A)  $f_1$
- B)  $f_2$
- C)  $f_3$
- D)  $f_4$
- E) u žádné ze zobrazených

2 body

- 18 Jsou dány funkce  $f$  a  $g$  s reálnou proměnnou  $x$  a reálným koeficientem  $b$ :

$$f: y = b - x$$

$$g: y = x^2 - bx$$

**Určete všechny hodnoty koeficientu  $b$ , pro něž mají grafy obou funkcí právě jeden společný bod.**

- A) Podmínku splňují právě dvě různé hodnoty, jejich součin je 5.
- B) Podmínku splňuje jediná reálná hodnota, tato hodnota je z intervalu  $(-2; 0)$ .
- C) Podmínku splňuje jediná reálná hodnota, tato hodnota je menší než  $-2$ .
- D) Podmínku splňuje nekonečně mnoho záporných reálných čísel.
- E) Žádná reálná hodnota  $b$  dané podmínce nevyhovuje.

2 body

- 19 Každá z pěti hran trojbokého jehlanu má délku 1. Délka poslední hrany je  $\frac{1}{2}$

**Určete povrch jehlanu.**

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{15}}{8}$   
B)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$   
C)  $\sqrt{3}$   
D)  $\frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{4}$   
E)  $\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{8}$

---

2 body

- 20 Jestliže se do vody ve válci ponoří koule o objemu 1 litr, vytlačí sloupec vody vysoký 5 cm.

**Jaký objem má největší koule, která se do válce vejde?**

- A) asi 4,1 litru  
B) asi 3,6 litru  
C) asi 3,1 litru  
D) asi 2,6 litru  
E) asi 2,1 litru

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 21

Firma rozprodává na aukci zánovní stroje. Nebude-li o stroje zájem, jejich cena  $C$  se při každém vyvolání zmenší o pětinu předchozí ceny. Bude-li více zájemců, cena se naopak při každém dalším vyvolání o pětinu předchozí ceny zvýší.

(CERMAT)

**2 body**

**21 O kolik procent narostla původní cena stroje, jestliže se nejprve dvakrát zvýšila, poté jedenkrát snížila?**

- A) o 25 %
- B) o 20 %
- C) asi o 18 %
- D) asi o 15 %
- E) asi o 12 %

## VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 22

Zhodnocení vkladů, které nabízí peněžní instituce, je závislé na výši vložené částky. Možnosti jsou uvedeny v tabulce.

TERMÍNOVANÝ VKLAD NA 1 ROK			
Vklad	do 99 999 Kč	100 000 – 999 999 Kč	1 000 000 Kč a více
Úroková míra na jeden rok	1,9 %	2,2 %	3,2 %

**Odpočítává se 15% daň z úroku.**

(CERMAT)

**2 body**

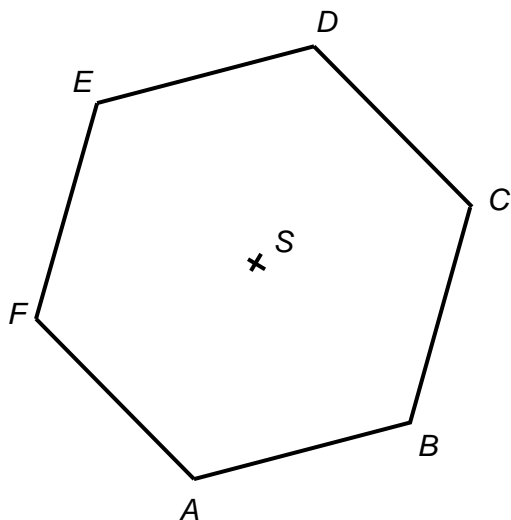
**22** Manželé Kvapilovi chtějí své dědictví ve výši 1,8 miliónu korun nejprve zhodnotit v peněžní instituci a po roce je rozdělit stejným dílem mezi své dvě děti.

**Kolik korun by prodělali, pokud by dědictví nejprve rozdělili a obě částky uložili v peněžní instituci zvlášť?**

- A) 38 060 korun
- B) 32 130 korun
- C) 15 300 korun
- D) 9360 korun
- E) jinou částku

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Je dán pravidelný šestiúhelník  $ABCDEF$  se středem  $S$  a vektory  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{v} = \overrightarrow{AF}$ .



(CERMAT)

max. 3 body

**23** Rozhodněte o každém z následujících vztahů, je-li pravdivý (ANO),  
či nikoli (NE):

	A	N
23.1 $\overrightarrow{AS} = \vec{u} - \vec{v}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.2 $\overrightarrow{AD} = 2\vec{u} + 2\vec{v}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.3 $\overrightarrow{BD} = 2\vec{v} + \vec{u}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

---

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.

---